

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија  
Други колоквијум - 14.08.2025. године  
Групе вежби: 1И2А, 1И2Б и 1И2В  
Време рада: 180 мин. Срећно!



Пре израде задатака, на вежбанци **ОБАВЕЗНО** попунити назив предмета, име и презиме, број индекса (број досијеа) као и име асистента код кога сте распоређени на Хипатији (у пољу задатак прегледао)! Остала поља не морате попуњавати.

1. [8п] Нека је  $A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 7 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ . Испитати да ли је  $A$  дијагоналног типа и ако јесте наћи инвертибилну матрицу  $P$  и дијагоналну  $D$  такве да је  $D = P^{-1}AP$ . Наћи  $A^{2025}$ .
2. [7п] У векторском простору  $\mathbb{R}^4$  са стандардним скаларним производом дат је векторски потпростор  $V$  генерисан векторима  $v_1 = (2, 1, 0, -1)$  и  $v_2 = (0, 1, 1, 0)$ .
  - а) Одредити бар једну базу потпростора  $V^\perp$ .
  - б) Одредити ортогоналну пројекцију вектора  $w = (4, -2, -1, 2)$  на  $V$  и  $V^\perp$ .
3. [6п] Дат је троугао са теменима  $A(0, 4)$ ,  $B(6, 0)$  и  $C(4, 4)$ . Одредити координате центра и полупречник круга описаног око  $\triangle ABC$ .
4. [8п] Дате су права  $p : \begin{cases} x - 2z - 3 = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$  и раван  $\alpha : x + 3y - z + 4 = 0$ .
  - а) Одредити пресечну тачку  $A$  праве  $p$  и равни  $\alpha$ , као и угао између њих.
  - б) Одредити једначину праве  $q$  која садржи тачку  $A$ , припада равни  $\alpha$  и нормална је на праву  $p$ .
5. [6п] Доказати да пресликавање  $\langle, \rangle : \mathbb{R}^3[x] \times \mathbb{R}^3[x] \rightarrow \mathbb{R}$  дефинисано са

$$\langle p, q \rangle = p(0)q(0) + \frac{p'(0)q'(0)}{4} + \frac{p''(0)q''(0)}{9} + \frac{p'''(0)q'''(0)}{25}$$

представља скаларни производ на векторском простору  $\mathbb{R}^3[x]$  полинома степана  $\leq 3$ .