

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија

ЈУН 1 - 16.09.2025. године

Групе вежби: 1И2А, 1И2Б и 1И2В

Време рада: 180 мин. Срећно!



Пре израде задатака, на вежбанци **ОБАВЕЗНО** попунити назив предмета, име и презиме, број индекса (број досијеа) као и име асистента код кога сте распоређени на Хипатији (у пољу задатак прегледао)! Остала поља не морате попуњавати.

1. [12п] У зависности од реалних параметара $a, b \in \mathbb{R}$ решити систем једначина:

$$\begin{aligned} ax - y + 3z &= 2 \\ (1 - 2a)x + 2y - z &= b \\ -ax + z &= a. \end{aligned}$$

2. [11п] Нека је $U \leq \mathbb{R}^5$ генерисан векторима

$$e_1 = (1, 3, -3, -1, -4), \quad e_2 = (1, 4, -1, -2, -2), \quad e_3 = (2, 9, 0, -5, -2),$$

а $W \leq \mathbb{R}^5$ генерисан са

$$f_1 = (1, 6, 2, -2, 3), \quad f_2 = (2, 8, -1, -6, -5), \quad f_3 = (1, 3, -1, -5, -6).$$

Одредити димензије за U , W , $U + W$ и $U \cap W$.

3. [12п] Нека је $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ линеарно пресликавање такво да је

$$L(1, -1, 1) = (0, 2, 1), \quad L(2, 0, 3) = (-2, 13, 3), \quad L(-1, 2, 0) = (-2, 5, -1).$$

Наћи формулу за $L(x, y, z)$ а затим одредити бар по једну базу за $\text{Ker } L$ и $\text{Im } L$.

4. [12п] Нека је дата матрица $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

- а) Одредити карактеристични и минимални полином матрице A .
б) Одредити сопствени вектор који одговара највећој сопственој вредности.
в) Ако је $f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 1$, израчунати $f(A)$.

5. [11п] Дат је векторски потпростор $W \subset \mathbb{R}^4$ решења једначине $x + y + z + t = 0$.

- а) Наћи базу као и димензију векторских простора W и $W^\perp$ у односу на стандардни скаларни производ у $\mathbb{R}^4$.
б) Ком од потпростора W и $W^\perp$ је вектор $v = (3, -2, 4, 3)$ ближи?

6. [12п] Одредити једначину заједничке нормале, као и растојање мимоилазних правих

$$p: \frac{x-1}{0} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-2} \quad \text{и} \quad q: \frac{x+3}{-1} = \frac{y+2}{0} = \frac{z+5}{3}.$$