



Пре израде задатака, на вежбанци **ОБАВЕЗНО** попунити назив предмета, име и презиме, број индекса (број досијеа) као и име асистента код кога сте распоређени на Хипатији (у пољу задатак прегледао)! Остала поља не морате попуњавати.

1. [12п] У зависности од реалног параметра $b \in \mathbb{R}$ решити систем једначина:

$$\begin{aligned} -x + y + z &= 3 \\ -x + (b-3)y + 4z &= 5 \\ -2x + 6y + (b-1)z &= b+4. \end{aligned}$$

2. [12п] Дати су скупови

$$U = \{(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 \mid a + b + c + d = 0\}$$

и

$$W = \{(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 \mid 2a + b - 2d = 0, a + b - c = 0, 3a - 2b + c - d = 0\}.$$

- а) Доказати да су U и W векторски потпростори векторског простора $\mathbb{R}^4$.
 б) Одредити базу и димензију векторских простора U и W .
 в) Испитати да ли је $\mathbb{R}^4 = U + W$. Да ли је сума директна?
3. [11п] Дато је линеарно пресликавање $L : \mathbb{R}^2[x] \rightarrow \mathbb{R}^2[x]$ са

$$L(ax^2 + bx + c) = (-2a + b - c)x^2 + (a - b + c)x - a - 2b + c.$$

Испитати да ли је L инвертибилно и уколико јесте одредити формулу за L^{-1} .

4. [12п] Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \\ -2 & 2 & 5 \end{bmatrix}$.

Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A .

Испитати да ли је A дијагоналног типа и ако јесте наћи инвертибилну матрицу P и дијагоналну D такве да је $D = P^{-1}AP$.

5. [11п] Нека је дат векторски потпростор

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \mid \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right\}$$

векторског простора $M_2(\mathbb{R})$ са скаларним производом $A \circ B = \text{tr}(A^T B)$.

- а) Одредити базу векторског простора $W^\perp$.
 б) Којем од потпростора W и $W^\perp$ је ближа матрица $M = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$?
6. [12п] Дате су тачка $Q(-4, 1, 1)$, права $p : \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ и раван $\alpha : 2x + y - 3z + 2025 = 0$.
- а) Одредити једначину праве n која садржи тачку Q и нормална је на раван α .
 б) Одредити једначину праве q која садржи тачку Q , сече праву p и паралелна је са α .