



Пре израде задатака, на вежбанци **ОБАВЕЗНО** попунити назив предмета, име и презиме, број индекса (број досијеа) као и име асистента код кога сте распоређени на Хипатији (у пољу задатак прегледао)! Остала поља не морате попуњавати.

1. [12п] У зависности од реалног параметра  $a \in \mathbb{R}$  решити систем једначина:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 3 \\ -ax + y + 4z &= 2 \\ 6x + 2y + (2-a)z &= 7. \end{aligned}$$

2. [12п] Нека су

$$U = \mathcal{L}\left\{\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & -10 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}\right\}$$

и

$$W = \left\{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \mid a - b + 2c - d = 0, 7a + 2b - c - d = 0\right\}$$

потпростори векторског простора  $M_2(\mathbb{R})$ . Одредити бар по једну базу, као и димензије векторских потпростора  $U$ ,  $W$ ,  $U \cap W$  и  $U + W$ .

3. [11п] Дато је линеарно пресликавање  $L : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2[x]$  са

$$L\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = (a + b - c + 2d)x^2 + (-2a + b + c - 2d)x + a + b + c + d.$$

а) Одредити бар по једну базу као и димензију за  $\text{Ker}L$  и  $\text{Im}L$ .

б) Одредити матрицу пресликавања  $L$  у односу на канонске базе простора  $M_2(\mathbb{R})$  и  $\mathbb{R}^2[x]$ .

4. [12п] Нека је  $A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 7 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ . Испитати да ли је  $A$  дијагоналног типа и ако јесте

наћи инвертибилну матрицу  $P$  и дијагоналну  $D$  такве да је  $D = P^{-1}AP$ . Наћи  $A^{2025}$ .

5. [11п] У векторском простору  $\mathbb{R}^4$  са стандардним скаларним производом дат је векторски потпростор  $V$  генерисан векторима  $v_1 = (2, 1, 0, -1)$  и  $v_2 = (0, 1, 1, 0)$ .

а) Одредити бар једну базу потпростора  $V^\perp$ .

б) Одредити ортогоналну пројекцију вектора  $w = (4, -2, -1, 2)$  на  $V$  и  $V^\perp$ .

6. [12п] Дате су права  $p : \begin{cases} x - 2z - 3 = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$  и равна  $\alpha : x + 3y - z + 4 = 0$ .

а) Одредити пресечну тачку  $A$  праве  $p$  и равни  $\alpha$ , као и угао између њих.

б) Одредити једначину праве  $q$  која садржи тачку  $A$ , припада равни  $\alpha$  и нормална је на праву  $p$ .