

**Аналитичка геометрија (Геометрија 1)****ЈУН 2 - 05.07.2024. године****Време рада: 135мин. Срећно!**

1. [8п] Нека је  $CC_1$  тежишна дуж троугла  $ABC$  и  $P$  тачка за коју важи  $\overrightarrow{CP} = 3\overrightarrow{PC_1}$ . Ако је тачка  $Q$  пресек правих  $AP$  и  $BC$ , одредити односе  $BQ : BC$  и  $AP : AQ$ .
2. Дате су праве  $p : \frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$  и  $q : \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{0}$  и сфера  $\sigma : (x-7)^2 + (y-5)^2 + z^2 = 16$ .
  - а) [5п] Одредити једначину заједничке нормале као и растојање мимоилазних правих  $p$  и  $q$ .
  - б) [3п] На правој  $p$  наћи тачку  $A$  која је најближа сфери  $\sigma$ .
3. [8п] Одредити једначину параболе која садржи тачку  $A(-1, 0)$ , права  $d : 2x - y + 2 + 2\sqrt{5} = 0$  је њена директриса и права  $o : x + 2y - 3 = 0$  јој је оса симетрије.
4. [8п] Одредити формуле афиног пресликавања простора које представља композицију ротације око праве  $p : y = 0, z = 0$  за угао  $\varphi = \frac{\pi}{3}$  и рефлексije у односу на раван  $\alpha : x = 0$ . Шта је слика сфере  $\sigma : x^2 + y^2 - 2y + z^2 = 0$  при овом пресликавању?
5. а) [4п] Одредити једначину кружног цилиндра који додирује сфере  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  и  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 1$ .  
 б) [4п] Круг који се добије ротацијом тачке  $A(1, 1, 1)$  око осе цилиндра из дела а) написати као пресек две сфере полупречника 3.

**Аналитичка геометрија (Геометрија 1)****ЈУН 2 - 05.07.2024. године****Време рада: 135мин. Срећно!**

1. [8п] Нека је  $CC_1$  тежишна дуж троугла  $ABC$  и  $P$  тачка за коју важи  $\overrightarrow{CP} = 3\overrightarrow{PC_1}$ . Ако је тачка  $Q$  пресек правих  $AP$  и  $BC$ , одредити односе  $BQ : BC$  и  $AP : AQ$ .
2. Дате су праве  $p : \frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$  и  $q : \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{0}$  и сфера  $\sigma : (x-7)^2 + (y-5)^2 + z^2 = 16$ .
  - а) [5п] Одредити једначину заједничке нормале као и растојање мимоилазних правих  $p$  и  $q$ .
  - б) [3п] На правој  $p$  наћи тачку  $A$  која је најближа сфери  $\sigma$ .
3. [8п] Одредити једначину параболе која садржи тачку  $A(-1, 0)$ , права  $d : 2x - y + 2 + 2\sqrt{5} = 0$  је њена директриса и права  $o : x + 2y - 3 = 0$  јој је оса симетрије.
4. [8п] Одредити формуле афиног пресликавања простора које представља композицију ротације око праве  $p : y = 0, z = 0$  за угао  $\varphi = \frac{\pi}{3}$  и рефлексije у односу на раван  $\alpha : x = 0$ . Шта је слика сфере  $\sigma : x^2 + y^2 - 2y + z^2 = 0$  при овом пресликавању?
5. а) [4п] Одредити једначину кружног цилиндра који додирује сфере  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  и  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 1$ .  
 б) [4п] Круг који се добије ротацијом тачке  $A(1, 1, 1)$  око осе цилиндра из дела а) написати као пресек две сфере полупречника 3.

**Аналитичка геометрија (Геометрија 1)****ЈУН 2 - 05.07.2024. године****Време рада: 135мин. Срећно!**

1. [8п] Нека је  $CC_1$  тежишна дуж троугла  $ABC$  и  $P$  тачка за коју важи  $\overrightarrow{CP} = 3\overrightarrow{PC_1}$ . Ако је тачка  $Q$  пресек правих  $AP$  и  $BC$ , одредити односе  $BQ : BC$  и  $AP : AQ$ .
2. Дате су праве  $p : \frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$  и  $q : \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{0}$  и сфера  $\sigma : (x-7)^2 + (y-5)^2 + z^2 = 16$ .
  - а) [5п] Одредити једначину заједничке нормале као и растојање мимоилазних правих  $p$  и  $q$ .
  - б) [3п] На правој  $p$  наћи тачку  $A$  која је најближа сфери  $\sigma$ .
3. [8п] Одредити једначину параболе која садржи тачку  $A(-1, 0)$ , права  $d : 2x - y + 2 + 2\sqrt{5} = 0$  је њена директриса и права  $o : x + 2y - 3 = 0$  јој је оса симетрије.
4. [8п] Одредити формуле афиног пресликавања простора које представља композицију ротације око праве  $p : y = 0, z = 0$  за угао  $\varphi = \frac{\pi}{3}$  и рефлексije у односу на раван  $\alpha : x = 0$ . Шта је слика сфере  $\sigma : x^2 + y^2 - 2y + z^2 = 0$  при овом пресликавању?
5. а) [4п] Одредити једначину кружног цилиндра који додирује сфере  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  и  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 1$ .  
 б) [4п] Круг који се добије ротацијом тачке  $A(1, 1, 1)$  око осе цилиндра из дела а) написати као пресек две сфере полупречника 3.