

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

СЕПТЕМБАР 3 - 06.11.2025. године

Време рада: 135мин. Срећно!



- Нека је $ABCD$ ромб чија је дужина стране a и пресечна тачка дијагонала AC и BD је O . Нека је M тачка за коју важи $\overrightarrow{MA} \circ \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} \circ \overrightarrow{MD} = d^2$, где је d дати позитиван реалан број.
 - [6п] Доказати да је тежиште скупа тачака $\{A, B, C, D\}$ тачка O , као и да је $2\|\overrightarrow{MO}\|^2 = a^2 + d^2$.
 - [8п] Израчунати $\|\overrightarrow{MA}\|^2 + \|\overrightarrow{MB}\|^2 + \|\overrightarrow{MC}\|^2 + \|\overrightarrow{MD}\|^2$ помоћу датих бројева a и d .
- Дате су права $p : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ и тачка $C(0, 1, 4)$.
 - [9п] Одредити координате тачака A и B које припадају правој p тако да $\triangle ABC$ буде једнакократи троугао са основицом AB дужине 12.
 - [4п] Одредити једначину висине $\triangle ABC$ из темена C као и дужину те висине.
 - [2п] Одредити површину $\triangle ABC$ помоћу векторског израза за површину троугла, а затим коришћењем дужине основице AB и висине из темена C . Проверити да су резултати једнаки.
- [15п] Изометријском трансформацијом свести криву $K: 3x^2 + 8xy + 9y^2 + 2x - y + 1 = 0$ на канонски облик. Која крива је у питању?
- [14п] Одредити једначину кружног конуса чија је оса права $o : \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{0} = \frac{z+1}{3}$, чији врх припада равни $\alpha : x + 2y - z + 1 = 0$ и који садржи тачку $M(1, 1, 1)$.
- На јединичној сфери дате су тачке $A(0, 0, 1)$ и $B(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$.
 - [5п] Одредити тачку C тако да сферни троугао ABC буде једнакократи, где је $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ и $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$.
 - [7п] Одредити све стране и углове сферног троугла ABC , као и његову површину.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

СЕПТЕМБАР 3 - 06.11.2025. године

Време рада: 135мин. Срећно!



- Нека је $ABCD$ ромб чија је дужина стране a и пресечна тачка дијагонала AC и BD је O . Нека је M тачка за коју важи $\overrightarrow{MA} \circ \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} \circ \overrightarrow{MD} = d^2$, где је d дати позитиван реалан број.
 - [6п] Доказати да је тежиште скупа тачака $\{A, B, C, D\}$ тачка O , као и да је $2\|\overrightarrow{MO}\|^2 = a^2 + d^2$.
 - [8п] Израчунати $\|\overrightarrow{MA}\|^2 + \|\overrightarrow{MB}\|^2 + \|\overrightarrow{MC}\|^2 + \|\overrightarrow{MD}\|^2$ помоћу датих бројева a и d .
- Дате су права $p : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ и тачка $C(0, 1, 4)$.
 - [9п] Одредити координате тачака A и B које припадају правој p тако да $\triangle ABC$ буде једнакократи троугао са основицом AB дужине 12.
 - [4п] Одредити једначину висине $\triangle ABC$ из темена C као и дужину те висине.
 - [2п] Одредити површину $\triangle ABC$ помоћу векторског израза за површину троугла, а затим коришћењем дужине основице AB и висине из темена C . Проверити да су резултати једнаки.
- [15п] Изометријском трансформацијом свести криву $K: 3x^2 + 8xy + 9y^2 + 2x - y + 1 = 0$ на канонски облик. Која крива је у питању?
- [14п] Одредити једначину кружног конуса чија је оса права $o : \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{0} = \frac{z+1}{3}$, чији врх припада равни $\alpha : x + 2y - z + 1 = 0$ и који садржи тачку $M(1, 1, 1)$.
- На јединичној сфери дате су тачке $A(0, 0, 1)$ и $B(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$.
 - [5п] Одредити тачку C тако да сферни троугао ABC буде једнакократи, где је $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ и $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$.
 - [7п] Одредити све стране и углове сферног троугла ABC , као и његову површину.