

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)**Јун 2 - 1. 10. 2025.****Време рада: 135 минута. Срећно!**

1. Нека је $ABCDEF$ правилан шестоугао у равни.
 - а) [4п] Наћи $\alpha \in \mathbb{R}$ и $\beta \in \mathbb{R}$ такве да је $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} = \alpha \overrightarrow{AD} + \beta \overrightarrow{AF}$. Да ли је уређен пар (α, β) јединствен?
 - б) [5п] Доказати да тежиште T скупа тачака B, C, D, E, F припада дужи AD . Да ли су тачке C, T и F колинеарне?
 - в) [7п] Ако је дужина стране шестоугла $ABCDEF$ једнака 1, одредити дужину дијагонале HJ и површину паралелограма $AHIJ$ ако је $\overrightarrow{AH} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ и $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.
2. Нека је $ABCD$ правоугаоник у ортонормираном реперу Axy такав да је $B(8,0)$ и $C(8,6)$.
 - а) [6п] Одредити бар једно афино пресликавање равни које описани круг око правоугаоника $ABCD$ пресликава на елипсу $\mathcal{E}: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.
 - б) [7п] Ако је тачка S центар описаног круга око правоугаоника $ABCD$ и $Sx'y'$ ортонормирани репер који има позитиван део x' -осе у смеру вектора $\overrightarrow{SC}$ и исте је оријентације као репер Axy , одредити везу координата (x, y) и (x', y') , као и координате тачке E симетричне тачки A у односу на тачку C у оба репера.
3. [14п] Изометријском трансформацијом свести криву $\mathcal{K}: x^2 - 3x + 4xy + y^2 + 21y - 15 = 0$ на канонски облик и одредити њене жиже. Која крива је у питању?
4. а) [6п] Одредити међусобни положај правих $p: y = 0, z = 0$ и $q: x = 0, z = 2025$. Одредити једначину равни α која садржи праву p и паралелна је правој q , као и растојање тачке $T(3, 4, 5)$ од те равни.
б) [7п] Одредити једначину геометријског места тачака које су једнако удаљене од правих p и q . Која површ је у питању?
5. [14п] Користећи сферне координате навести бар један пар тачака B и C јединичне сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ тако да сферни троугао ABC буде једнакостраничан са унутрашњим углом $\frac{3\pi}{4}$, при чему је тачка A северни пол. Одредити обим и површину тог троугла.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)**Јун 2 - 1. 10. 2025.****Време рада: 135 минута. Срећно!**

1. Нека је $ABCDEF$ правилан шестоугао у равни.
 - а) [4п] Наћи $\alpha \in \mathbb{R}$ и $\beta \in \mathbb{R}$ такве да је $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} = \alpha \overrightarrow{AD} + \beta \overrightarrow{AF}$. Да ли је уређен пар (α, β) јединствен?
 - б) [5п] Доказати да тежиште T скупа тачака B, C, D, E, F припада дужи AD . Да ли су тачке C, T и F колинеарне?
 - в) [7п] Ако је дужина стране шестоугла $ABCDEF$ једнака 1, одредити дужину дијагонале HJ и површину паралелограма $AHIJ$ ако је $\overrightarrow{AH} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ и $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.
2. Нека је $ABCD$ правоугаоник у ортонормираном реперу Axy такав да је $B(8,0)$ и $C(8,6)$.
 - а) [6п] Одредити бар једно афино пресликавање равни које описани круг око правоугаоника $ABCD$ пресликава на елипсу $\mathcal{E}: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.
 - б) [7п] Ако је тачка S центар описаног круга око правоугаоника $ABCD$ и $Sx'y'$ ортонормирани репер који има позитиван део x' -осе у смеру вектора $\overrightarrow{SC}$ и исте је оријентације као репер Axy , одредити везу координата (x, y) и (x', y') , као и координате тачке E симетричне тачки A у односу на тачку C у оба репера.
3. [14п] Изометријском трансформацијом свести криву $\mathcal{K}: x^2 - 3x + 4xy + y^2 + 21y - 15 = 0$ на канонски облик и одредити њене жиже. Која крива је у питању?
4. а) [6п] Одредити међусобни положај правих $p: y = 0, z = 0$ и $q: x = 0, z = 2025$. Одредити једначину равни α која садржи праву p и паралелна је правој q , као и растојање тачке $T(3, 4, 5)$ од те равни.
б) [7п] Одредити једначину геометријског места тачака које су једнако удаљене од правих p и q . Која површ је у питању?
5. [14п] Користећи сферне координате навести бар један пар тачака B и C јединичне сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ тако да сферни троугао ABC буде једнакостраничан са унутрашњим углом $\frac{3\pi}{4}$, при чему је тачка A северни пол. Одредити обим и површину тог троугла.