

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

ЈУН 1 - 18.09.2025. године

Време рада: 135мин. Срећно!



1. Нека је дат трапез $ABCD$ и нека тачка O представља пресек његових дијагонала и нека их дели у односу $2:1$ тако да важи $\overrightarrow{AO} = 2\overrightarrow{OC}$. Нека је S средиште основице AB .
 - а) [4п] Ако је M тачка на краку AD тако да су праве DS, AO и BM конкурентне и N тачка на краку BC тако да су праве CS, BO и AN конкурентне. У ком односу тачке M и N деле краке на којима се налазе?
 - б) [12п] Доказати да су тачке M, O и N колинеарне, као и да су праве AN, BM и OS конкурентне.
2. [12п] Дата је тачка $S(-2, 2)$. Одредити формуле ротације $\mathcal{R}_{S, \frac{\pi}{3}}$ и хомотетије $\mathcal{H}_{S, 2}$. Показати да ова два пресликавања комутирају. Шта је слика круга $k: (x-4)^2 + (y+2)^2 = 4$ при композицији $\mathcal{R}_{S, \frac{\pi}{3}} \circ \mathcal{H}_{S, 2}$?
3. Дате су тачке $A(-1, 1)$ и $B(0, -2)$, као и праве $p: x + y - 3 = 0$ и $q: x - y - 1 = 0$.
 - а) [4п] Одредити тачку A' која је симетрична тачки A у односу на праву p .
 - б) [9п] Одредити једначину криве другог реда која садржи тачке A и B и којој су праве p и q осе симетрије. Која крива је у питању?
4. [16п] Површ $\mathcal{P}: 3x^2 + 3y^2 + 10xy - 16x - 12z - 12 = 0$ изометријском трансформацијом свести на канонски облик и написати формулу те трансформације. Која површ је у питању?
5. На јединичној сфери дате су тачке $A(0, 0, 1)$ и $B(0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.
 - а) [5п] Одредити тачку C тако да сферни троугао ABC буде једнакокрак, где је $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ и $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$.
 - б) [8п] Одредити све стране и углове сферног троугла ABC , као и његову површину.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

ЈУН 1 - 18.09.2025. године

Време рада: 135мин. Срећно!



1. Нека је дат трапез $ABCD$ и нека тачка O представља пресек његових дијагонала и нека их дели у односу $2:1$ тако да важи $\overrightarrow{AO} = 2\overrightarrow{OC}$. Нека је S средиште основице AB .
 - а) [4п] Ако је M тачка на краку AD тако да су праве DS, AO и BM конкурентне и N тачка на краку BC тако да су праве CS, BO и AN конкурентне. У ком односу тачке M и N деле краке на којима се налазе?
 - б) [12п] Доказати да су тачке M, O и N колинеарне, као и да су праве AN, BM и OS конкурентне.
2. [12п] Дата је тачка $S(-2, 2)$. Одредити формуле ротације $\mathcal{R}_{S, \frac{\pi}{3}}$ и хомотетије $\mathcal{H}_{S, 2}$. Показати да ова два пресликавања комутирају. Шта је слика круга $k: (x-4)^2 + (y+2)^2 = 4$ при композицији $\mathcal{R}_{S, \frac{\pi}{3}} \circ \mathcal{H}_{S, 2}$?
3. Дате су тачке $A(-1, 1)$ и $B(0, -2)$, као и праве $p: x + y - 3 = 0$ и $q: x - y - 1 = 0$.
 - а) [4п] Одредити тачку A' која је симетрична тачки A у односу на праву p .
 - б) [9п] Одредити једначину криве другог реда која садржи тачке A и B и којој су праве p и q осе симетрије. Која крива је у питању?
4. [16п] Површ $\mathcal{P}: 3x^2 + 3y^2 + 10xy - 16x - 12z - 12 = 0$ изометријском трансформацијом свести на канонски облик и написати формулу те трансформације. Која површ је у питању?
5. На јединичној сфери дате су тачке $A(0, 0, 1)$ и $B(0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.
 - а) [5п] Одредити тачку C тако да сферни троугао ABC буде једнакокрак, где је $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ и $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$.
 - б) [8п] Одредити све стране и углове сферног троугла ABC , као и његову површину.