

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)**Јануар 1 - 16. 8. 2025.****Време рада: 135 минута. Срећно!**

1. Нека је ABC троугао, а P, Q, R тачке на страницама BC, AC, AB , редом, такве да се дужи AP, BQ, CR секу у једној тачки и да је $\overrightarrow{AR} : \overrightarrow{AB} = 2 : 7$ и $\overrightarrow{AQ} : \overrightarrow{QC} = 8 : 5$.
 - а) [5п] Ако је дужина странице BC једнака 15, одредити дужине дужи BP и PC .
 - б) [10п] Одредити координате тачке P у афином реперу Axy са почетком у тачки A и координатним векторима $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}$ и $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AC}$, као и у афином реперу $Bx'y'$ са почетком у тачки B и координатним векторима $\vec{f}_1 = \overrightarrow{BQ}$ и $\vec{f}_2 = \overrightarrow{BA}$. Одредити везу координата (x, y) и (x', y') .
2. а) [6п] Одредити једначину равни α у простору која је паралелна y -оси и садржи тачке $A(2, 0, -3)$ и $B(4, 2, 7)$.
б) [10п] Одредити формуле равanske рефлексије простора у односу на раван α . Испитати да ли ово пресликавање чува оријентацију простора.
3. [12п] Одредити једначине свих парабола које имају директрису $x + y - 2 = 0$ и садрже тачке $A(0, 4)$ и $B(0, 12)$.
4. [16п] Свести једначину површи $x^2 - yz - y + 1 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која површ је у питању?
5. а) [4п] Одредити полупречник круга k на сфери $\sigma: x^2 + y^2 + z^2 = 1$ који садржи тачке $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$ и $C(0, 0, 1)$.
б) [7п] Израчунати најкраће растојање d између тачака A и B мерено по кругу k и доказати да је оно веће од најкраћег растојања по великом кругу сфере σ између тачака A и B .

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)**Јануар 1 - 16. 8. 2025.****Време рада: 135 минута. Срећно!**

1. Нека је ABC троугао, а P, Q, R тачке на страницама BC, AC, AB , редом, такве да се дужи AP, BQ, CR секу у једној тачки и да је $\overrightarrow{AR} : \overrightarrow{AB} = 2 : 7$ и $\overrightarrow{AQ} : \overrightarrow{QC} = 8 : 5$.
 - а) [5п] Ако је дужина странице BC једнака 15, одредити дужине дужи BP и PC .
 - б) [10п] Одредити координате тачке P у афином реперу Axy са почетком у тачки A и координатним векторима $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}$ и $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AC}$, као и у афином реперу $Bx'y'$ са почетком у тачки B и координатним векторима $\vec{f}_1 = \overrightarrow{BQ}$ и $\vec{f}_2 = \overrightarrow{BA}$. Одредити везу координата (x, y) и (x', y') .
2. а) [6п] Одредити једначину равни α у простору која је паралелна y -оси и садржи тачке $A(2, 0, -3)$ и $B(4, 2, 7)$.
б) [10п] Одредити формуле равanske рефлексије простора у односу на раван α . Испитати да ли ово пресликавање чува оријентацију простора.
3. [12п] Одредити једначине свих парабола које имају директрису $x + y - 2 = 0$ и садрже тачке $A(0, 4)$ и $B(0, 12)$.
4. [16п] Свести једначину површи $x^2 - yz - y + 1 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која површ је у питању?
5. а) [4п] Одредити полупречник круга k на сфери $\sigma: x^2 + y^2 + z^2 = 1$ који садржи тачке $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$ и $C(0, 0, 1)$.
б) [7п] Израчунати најкраће растојање d између тачака A и B мерено по кругу k и доказати да је оно веће од најкраћег растојања по великом кругу сфере σ између тачака A и B .