

Геометрија 1, јун 2 2022. године

- 1) [20] Нека је  $ABC$  троугао, тачка  $M$  средиште тежишне дужи  $CC_1$ , а тачка  $N$  пресек правих  $BC$  и  $AM$ . Израчунати односе  $\overrightarrow{AM} : \overrightarrow{MN}$  и  $\overrightarrow{BC} : \overrightarrow{CN}$ .
- 2) [7+7+6] а) Одредити афино пресликавање које пресликава квадрат  $ABCD$  са теменима  $A(-2, -3)$ ,  $B(0, -3)$ ,  $C(0, -1)$ ,  $D(-2, -1)$  у паралелограм  $A'B'C'D'$  са теменима  $A'(3, 3)$ ,  $B'(7, 5)$ ,  $C'(5, 7)$  и  $D'(1, 5)$ . б) Одредити једначину слике круга уписаног у квадрат. Која је то крива? в) Колика је површина слике круга?
- 3) [20] Дата је коцка  $OAFBCEGD$  ивице 1, са центром  $S$ . Афини репер  $Oxyz$  са почетком у темену  $O$  има координатне векторе  $\vec{e}_1 = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{e}_2 = \overrightarrow{OB}$  и  $\vec{e}_3 = \overrightarrow{OC}$ . Други афини репер  $Sx'y'z'$  има почетак у тачки  $S$ , а његови координатни вектори  $\vec{f}_1$ ,  $\vec{f}_2$  и  $\vec{f}_3$  су редом јединични вектори истог смера као вектори  $\overrightarrow{SA}$ ,  $\overrightarrow{SB}$  и  $\overrightarrow{SC}$ . Изразити координате  $(x, y, z)$  произвољне тачке  $M$  у реперу  $Oxyz$  помоћу координата  $(x', y', z')$  исте тачке у реперу  $Sx'y'z'$ .
- 4) [10+10] а) Одредити једначину праве  $q$  која садржи тачку  $Q(1, 2, 4)$ , сече праву  $p : \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$  и паралелна је равни  $\alpha : x - 4y + 3z - 1 = 0$ . б) Израчунати запремину пирамиде  $PABC$  ако су  $A$ ,  $B$ ,  $C$  редом пресеци оса  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  са равни  $\alpha$ , а  $P$  пресечна тачка правих  $p$  и  $q$ .
- 5) [10+10] а) Шта се добија (објаснити и написати једначину) ротацијом праве  $p : x = 0, z = y\sqrt{3}$  око осе  $Oz$ ? б) Која крива је пресек те површи и равни  $y = 1$ ? Скицирати слику.

Геометрија 1, јун 2 2022. године

- 1) [20] Нека је  $ABC$  троугао, тачка  $M$  средиште тежишне дужи  $CC_1$ , а тачка  $N$  пресек правих  $BC$  и  $AM$ . Израчунати односе  $\overrightarrow{AM} : \overrightarrow{MN}$  и  $\overrightarrow{BC} : \overrightarrow{CN}$ .
- 2) [7+7+6] а) Одредити афино пресликавање које пресликава квадрат  $ABCD$  са теменима  $A(-2, -3)$ ,  $B(0, -3)$ ,  $C(0, -1)$ ,  $D(-2, -1)$  у паралелограм  $A'B'C'D'$  са теменима  $A'(3, 3)$ ,  $B'(7, 5)$ ,  $C'(5, 7)$  и  $D'(1, 5)$ . б) Одредити једначину слике круга уписаног у квадрат. Која је то крива? в) Колика је површина слике круга?
- 3) [20] Дата је коцка  $OAFBCEGD$  ивице 1, са центром  $S$ . Афини репер  $Oxyz$  са почетком у темену  $O$  има координатне векторе  $\vec{e}_1 = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{e}_2 = \overrightarrow{OB}$  и  $\vec{e}_3 = \overrightarrow{OC}$ . Други афини репер  $Sx'y'z'$  има почетак у тачки  $S$ , а његови координатни вектори  $\vec{f}_1$ ,  $\vec{f}_2$  и  $\vec{f}_3$  су редом јединични вектори истог смера као вектори  $\overrightarrow{SA}$ ,  $\overrightarrow{SB}$  и  $\overrightarrow{SC}$ . Изразити координате  $(x, y, z)$  произвољне тачке  $M$  у реперу  $Oxyz$  помоћу координата  $(x', y', z')$  исте тачке у реперу  $Sx'y'z'$ .
- 4) [10+10] а) Одредити једначину праве  $q$  која садржи тачку  $Q(1, 2, 4)$ , сече праву  $p : \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$  и паралелна је равни  $\alpha : x - 4y + 3z - 1 = 0$ . б) Израчунати запремину пирамиде  $PABC$  ако су  $A$ ,  $B$ ,  $C$  редом пресеци оса  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  са равни  $\alpha$ , а  $P$  пресечна тачка правих  $p$  и  $q$ .
- 5) [10+10] а) Шта се добија (објаснити и написати једначину) ротацијом праве  $p : x = 0, z = y\sqrt{3}$  око осе  $Oz$ ? б) Која крива је пресек те површи и равни  $y = 1$ ? Скицирати слику.

Геометрија 1, јун 2 2022. године

- 1) [20] Нека је  $ABC$  троугао, тачка  $M$  средиште тежишне дужи  $CC_1$ , а тачка  $N$  пресек правих  $BC$  и  $AM$ . Израчунати односе  $\overrightarrow{AM} : \overrightarrow{MN}$  и  $\overrightarrow{BC} : \overrightarrow{CN}$ .
- 2) [7+7+6] а) Одредити афино пресликавање које пресликава квадрат  $ABCD$  са теменима  $A(-2, -3)$ ,  $B(0, -3)$ ,  $C(0, -1)$ ,  $D(-2, -1)$  у паралелограм  $A'B'C'D'$  са теменима  $A'(3, 3)$ ,  $B'(7, 5)$ ,  $C'(5, 7)$  и  $D'(1, 5)$ . б) Одредити једначину слике круга уписаног у квадрат. Која је то крива? в) Колика је површина слике круга?
- 3) [20] Дата је коцка  $OAFBCEGD$  ивице 1, са центром  $S$ . Афини репер  $Oxyz$  са почетком у темену  $O$  има координатне векторе  $\vec{e}_1 = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{e}_2 = \overrightarrow{OB}$  и  $\vec{e}_3 = \overrightarrow{OC}$ . Други афини репер  $Sx'y'z'$  има почетак у тачки  $S$ , а његови координатни вектори  $\vec{f}_1$ ,  $\vec{f}_2$  и  $\vec{f}_3$  су редом јединични вектори истог смера као вектори  $\overrightarrow{SA}$ ,  $\overrightarrow{SB}$  и  $\overrightarrow{SC}$ . Изразити координате  $(x, y, z)$  произвољне тачке  $M$  у реперу  $Oxyz$  помоћу координата  $(x', y', z')$  исте тачке у реперу  $Sx'y'z'$ .
- 4) [10+10] а) Одредити једначину праве  $q$  која садржи тачку  $Q(1, 2, 4)$ , сече праву  $p : \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$  и паралелна је равни  $\alpha : x - 4y + 3z - 1 = 0$ . б) Израчунати запремину пирамиде  $PABC$  ако су  $A$ ,  $B$ ,  $C$  редом пресеци оса  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  са равни  $\alpha$ , а  $P$  пресечна тачка правих  $p$  и  $q$ .
- 5) [10+10] а) Шта се добија (објаснити и написати једначину) ротацијом праве  $p : x = 0, z = y\sqrt{3}$  око осе  $Oz$ ? б) Која крива је пресек те површи и равни  $y = 1$ ? Скицирати слику.