

### Геометрија 1 - јун 1, 15.6.2022.

- [20] Нека је  $ABCD$  конвексан четвороугао у равни такав да је  $AB = CD$ . Ако су тачке  $E, F, G$  и  $H$  средишта дужи  $AD, BC, AC$  и  $BD$ , редом, изразити векторе  $\overrightarrow{EF}$  и  $\overrightarrow{GH}$  као линеарну комбинацију вектора  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{DC}$ , а затим доказати да је  $\overrightarrow{EF} \perp \overrightarrow{GH}$ .
- [20] Свести криву другог реда  $2x^2 + 5xy + 2y^2 - 2 = 0$  на канонски облик изометријском трансформацијом координата и написати формуле те трансформације. Која је то крива? Наћи њен ексцентрицитет и скицирати је.
- [20] Одредити једначину равни  $\alpha$  која садржи тачку  $T(-2, 1, 3)$  и паралелна је са равни  $Oxy$ . Одредити формуле рефлексије простора  $S_\alpha$  у односу на раван  $\alpha$ , као и формуле транслације  $\tau_{\vec{v}}$  простора за вектор  $\vec{v} = (0, 1, 0)$  ( $\tau_{\vec{v}}(X) = X'$  ако и само ако је  $\overrightarrow{XX'} = \vec{v}$ ). Одредити формуле композиција  $S_\alpha \circ \tau_{\vec{v}}$  и  $\tau_{\vec{v}} \circ S_\alpha$  и скицирати слику тачке  $M(1, 2, 4)$  при овим пресликавањима.
- [20] Одредити једначину правог кружног цилиндра чија је оса пресечна права равни  $x + 2y = 4$  и  $2y - z = 3$  ако је познато да тај цилиндар додирује раван која садржи тачку  $(-3, 1, 1)$  и нормална је на праву  $\frac{x-15}{1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-2022}{2}$ .
- [20] На јединичној сфери у сферној геометрији одредити (изражавањем координата темена у сферним координатама) низ једнакостраничних троуглова  $(NA_n B_n)_{n \in \mathbb{N}}$  чији збир унутрашњих углова тежи ка  $\pi$ , при чему је  $N$  северни пол те сфере.

### Геометрија 1 - јун 1, 15.6.2022.

- [20] Нека је  $ABCD$  конвексан четвороугао у равни такав да је  $AB = CD$ . Ако су тачке  $E, F, G$  и  $H$  средишта дужи  $AD, BC, AC$  и  $BD$ , редом, изразити векторе  $\overrightarrow{EF}$  и  $\overrightarrow{GH}$  као линеарну комбинацију вектора  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{DC}$ , а затим доказати да је  $\overrightarrow{EF} \perp \overrightarrow{GH}$ .
- [20] Свести криву другог реда  $2x^2 + 5xy + 2y^2 - 2 = 0$  на канонски облик изометријском трансформацијом координата и написати формуле те трансформације. Која је то крива? Наћи њен ексцентрицитет и скицирати је.
- [20] Одредити једначину равни  $\alpha$  која садржи тачку  $T(-2, 1, 3)$  и паралелна је са равни  $Oxy$ . Одредити формуле рефлексије простора  $S_\alpha$  у односу на раван  $\alpha$ , као и формуле транслације  $\tau_{\vec{v}}$  простора за вектор  $\vec{v} = (0, 1, 0)$  ( $\tau_{\vec{v}}(X) = X'$  ако и само ако је  $\overrightarrow{XX'} = \vec{v}$ ). Одредити формуле композиција  $S_\alpha \circ \tau_{\vec{v}}$  и  $\tau_{\vec{v}} \circ S_\alpha$  и скицирати слику тачке  $M(1, 2, 4)$  при овим пресликавањима.
- [20] Одредити једначину правог кружног цилиндра чија је оса пресечна права равни  $x + 2y = 4$  и  $2y - z = 3$  ако је познато да тај цилиндар додирује раван која садржи тачку  $(-3, 1, 1)$  и нормална је на праву  $\frac{x-15}{1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-2022}{2}$ .
- [20] На јединичној сфери у сферној геометрији одредити (изражавањем координата темена у сферним координатама) низ једнакостраничних троуглова  $(NA_n B_n)_{n \in \mathbb{N}}$  чији збир унутрашњих углова тежи ка  $\pi$ , при чему је  $N$  северни пол те сфере.

### Геометрија 1 - јун 1, 15.6.2022.

- [20] Нека је  $ABCD$  конвексан четвороугао у равни такав да је  $AB = CD$ . Ако су тачке  $E, F, G$  и  $H$  средишта дужи  $AD, BC, AC$  и  $BD$ , редом, изразити векторе  $\overrightarrow{EF}$  и  $\overrightarrow{GH}$  као линеарну комбинацију вектора  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{DC}$ , а затим доказати да је  $\overrightarrow{EF} \perp \overrightarrow{GH}$ .
- [20] Свести криву другог реда  $2x^2 + 5xy + 2y^2 - 2 = 0$  на канонски облик изометријском трансформацијом координата и написати формуле те трансформације. Која је то крива? Наћи њен ексцентрицитет и скицирати је.
- [20] Одредити једначину равни  $\alpha$  која садржи тачку  $T(-2, 1, 3)$  и паралелна је са равни  $Oxy$ . Одредити формуле рефлексије простора  $S_\alpha$  у односу на раван  $\alpha$ , као и формуле транслације  $\tau_{\vec{v}}$  простора за вектор  $\vec{v} = (0, 1, 0)$  ( $\tau_{\vec{v}}(X) = X'$  ако и само ако је  $\overrightarrow{XX'} = \vec{v}$ ). Одредити формуле композиција  $S_\alpha \circ \tau_{\vec{v}}$  и  $\tau_{\vec{v}} \circ S_\alpha$  и скицирати слику тачке  $M(1, 2, 4)$  при овим пресликавањима.
- [20] Одредити једначину правог кружног цилиндра чија је оса пресечна права равни  $x + 2y = 4$  и  $2y - z = 3$  ако је познато да тај цилиндар додирује раван која садржи тачку  $(-3, 1, 1)$  и нормална је на праву  $\frac{x-15}{1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-2022}{2}$ .
- [20] На јединичној сфери у сферној геометрији одредити (изражавањем координата темена у сферним координатама) низ једнакостраничних троуглова  $(NA_n B_n)_{n \in \mathbb{N}}$  чији збир унутрашњих углова тежи ка  $\pi$ , при чему је  $N$  северни пол те сфере.