

## Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

ЈУН 1 - 13.06.2024. године

Време рада: 135мин. Срећно!



- [9п] Нека је  $ABC$  троугао у еуклидској равни и тачке  $D$  и  $E$  такве да је  $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$  и  $\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ . Одредити тачку  $F$  на правој  $AC$  такву да су тачке  $D$ ,  $E$  и  $F$  колинеарне и изразити вектор  $\overrightarrow{AF}$  као линеарну комбинацију вектора  $\overrightarrow{CD}$  и  $\overrightarrow{BE}$ . Ако је  $P$  површина троугла  $ABC$ , изразити површину троугла  $CDF$  и површину четвороугла  $ACDE$  у функцији од  $P$ .
- [9п] Одредити координате тачака  $A$ ,  $B$  и  $C$  у односу на афини репер  $Oxy$  у равни, ако је  $A$  централно симетрична тачка тачки  $(0, -1)$  у односу на тачку  $(1, 0)$ ,  $B$  је слика тачке  $(\frac{3}{2}, \frac{-3\sqrt{3}}{2})$  при ротацији око координатног почетка за  $60^\circ$  у позитивном математичком смеру и  $C$  је слика тачке  $(4, 4)$  при хомотетији са коефицијентом  $-2$  у односу на тачку  $(3, 4)$ . Ако у односу на нови афини репер  $O'x'y'$  те исте тачке имају координате  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$  и  $C(1, 1)$ , изразити координате  $(x, y)$  произвољне тачке  $M$  у реперу  $Oxy$  помоћу координата  $(x', y')$  те исте тачке у новом реперу  $O'x'y'$ .
- [8п] Свести криву другог реда  $4x^2 - 4xy + y^2 + 3x + 2y - 7 = 0$  на канонски облик изометријском трансформацијом координата и написати формуле те трансформације. Која је то крива?
- [8п] Одредити вредност параметра  $\lambda$  тако да се праве  $p: \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-1}{-2}$  и  $q: x = 2t - \lambda, y = t + 3, z = -5$ ,  $t \in \mathbb{R}$  секу, као и координате пресечне тачке правих  $p$  и  $q$ . Затим одредити једначине сфера полупречника  $\lambda$  које су уписане у конус  $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ .
- [6п] Сферни троугао  $ABC$  на јединичној сфери у сферној геометрији има углове  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ,  $\beta = \frac{2\pi}{3}$  и површину  $P = \frac{\pi}{6}$ . Израчунати ивице тог троугла.

## Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

ЈУН 1 - 13.06.2024. године

Време рада: 135мин. Срећно!



- [9п] Нека је  $ABC$  троугао у еуклидској равни и тачке  $D$  и  $E$  такве да је  $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$  и  $\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ . Одредити тачку  $F$  на правој  $AC$  такву да су тачке  $D$ ,  $E$  и  $F$  колинеарне и изразити вектор  $\overrightarrow{AF}$  као линеарну комбинацију вектора  $\overrightarrow{CD}$  и  $\overrightarrow{BE}$ . Ако је  $P$  површина троугла  $ABC$ , изразити површину троугла  $CDF$  и површину четвороугла  $ACDE$  у функцији од  $P$ .
- [9п] Одредити координате тачака  $A$ ,  $B$  и  $C$  у односу на афини репер  $Oxy$  у равни, ако је  $A$  централно симетрична тачка тачки  $(0, -1)$  у односу на тачку  $(1, 0)$ ,  $B$  је слика тачке  $(\frac{3}{2}, \frac{-3\sqrt{3}}{2})$  при ротацији око координатног почетка за  $60^\circ$  у позитивном математичком смеру и  $C$  је слика тачке  $(4, 4)$  при хомотетији са коефицијентом  $-2$  у односу на тачку  $(3, 4)$ . Ако у односу на нови афини репер  $O'x'y'$  те исте тачке имају координате  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$  и  $C(1, 1)$ , изразити координате  $(x, y)$  произвољне тачке  $M$  у реперу  $Oxy$  помоћу координата  $(x', y')$  те исте тачке у новом реперу  $O'x'y'$ .
- [8п] Свести криву другог реда  $4x^2 - 4xy + y^2 + 3x + 2y - 7 = 0$  на канонски облик изометријском трансформацијом координата и написати формуле те трансформације. Која је то крива?
- [8п] Одредити вредност параметра  $\lambda$  тако да се праве  $p: \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-1}{-2}$  и  $q: x = 2t - \lambda, y = t + 3, z = -5$ ,  $t \in \mathbb{R}$  секу, као и координате пресечне тачке правих  $p$  и  $q$ . Затим одредити једначине сфера полупречника  $\lambda$  које су уписане у конус  $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ .
- [6п] Сферни троугао  $ABC$  на јединичној сфери у сферној геометрији има углове  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ,  $\beta = \frac{2\pi}{3}$  и површину  $P = \frac{\pi}{6}$ . Израчунати ивице тог троугла.